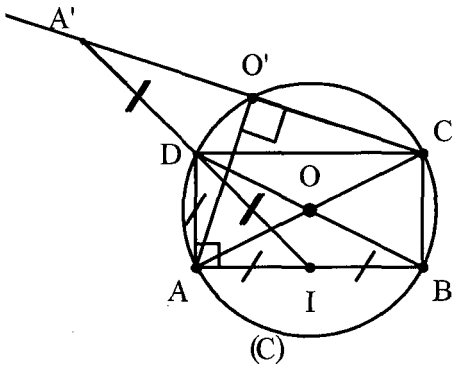

2)a) $*\ \widehat{(\overrightarrow{CB},\overrightarrow{CI})} \equiv -\frac{\pi}{4}\ [2\pi]$ car BIC est un triangle direct ,rectangle et isocèle en B.

$\star\ \frac{CI}{CB} = \frac{1}{\cos\widehat{BCI}} = \frac{1}{\cos\frac{\pi}{4}} = \sqrt{2}$.

Ainsi : $*$ et $\star \Rightarrow s(B) = I$.

b) s similitude directe de centre C,de rapport $\sqrt{2}$ et d'angle $-\frac{\pi}{4}$

$\Rightarrow s^{-1}$ similitude directe de centre C,de rapport $\frac{1}{\sqrt{2}}$ et d'angle $\frac{\pi}{4}$.

et comme f est une similitude directe de rapport $\frac{1}{\sqrt{2}}$ et d'angle $\frac{-\pi}{4}$

Donc $f \circ s^{-1}$ est une similitude directe de rapport $\frac{1}{\sqrt{2}} \times \sqrt{2} = 1$ et

d'angle $-\frac{\pi}{4}+\frac{\pi}{4} = 0$

$\Rightarrow$ $f \circ s^{-1}$ est un déplacement d'angle 0.

$\boxplus\ f \circ s^{-1}(I) = f[s^{-1}(I)] = f(B) = I \Rightarrow f \circ s^{-1}$ fixe I

Conclusion : $f \circ s^{-1} = id_P$.

c) $f \circ s^{-1} = id_P \Leftrightarrow f \circ s^{-1} \circ s = id_P \circ s \Leftrightarrow f = s$

3) $A' = f(A)$.

$I = A * B \Leftrightarrow f(I) = f(A) * f(B)$

$\Leftrightarrow D = A' * I$

4)a) $f(A) = A' \Rightarrow \widehat{\left(\overrightarrow{CA};\overrightarrow{CA'}\right)} \equiv -\frac{\pi}{4}\ [2\pi]$

Or $O' \in [CA']$ donc $\widehat{\left(\overrightarrow{CA};\overrightarrow{CO'}\right)} \equiv -\frac{\pi}{4}\ [2\pi]$

De plus [AC] est un diametre de (℗)

$\Rightarrow$ CO'A est rectangle en O'.

Ainsi $\cos\left(\widehat{ACO'}\right) = \frac{CO'}{AC}$.